

## **Artículo 18. Modelo exponencial no lineal del producto interno bruto de México**

### ***Nonlinear exponential model of Mexico's gross domestic product***

Zepeda Mercado, Gabriela;  
Salgado Vega, Jesus  
Universidad Autónoma del Estado de México

#### **Problema de investigación**

A partir de 1980, el análisis de regresión no lineal ha atraído fuertemente la atención en la literatura, debido a que los modelos lineales no cuentan con la capacidad de describir de manera adecuada fenómenos como los ciclos económicos. El incremento del campo de aplicabilidad de los modelos no lineales los ha posicionado como procedimientos de análisis econométrico más potentes; es decir, como la herramienta óptima capaz de captar y describir el comportamiento asimétrico de las variables macroeconómicas (Tong, 1990).

Chang y Tong (1986) fueron los primeros en sugerir los modelos STAR en el análisis de las series de tiempo, considerando que el cambio de la variable de un valor mínimo a un valor máximo, conocidos como regímenes, se desarrolla de forma lenta o suave (Bacon & Watts, 1971; Goldfeld & Quandt, 1972; Maddala, 1977; Granger & Teräsvirta, 1993; Teräsvirta, 1994, 1998; Franses & van Dijk, 2000; van Dijk, Teräsvirta & Franses, 2002). Zepeda-Mercado (2015), con base en la clasificación realizada por Teräsvirta (2004), realizó una revisión de los principales modelos no lineales que existen, centrandó su análisis en la descripción detallada de los modelos STAR. En dicha revisión se ubicó

a dichos modelos, dentro de la familia de los modelos no lineales que parten de un contraste de hipótesis estadísticas para evaluar si la trayectoria de los datos es de tipo lineal o no lineal.

#### **Objetivos del estudio**

Estimar un modelo de regresión no lineal con capacidad de predicción superior, en términos de la minimización de la suma de los residuos al cuadrado (SSR, por sus siglas en inglés), que la mostrada por un modelo autorregresivo lineal (AR), para el periodo 1980-2014.

#### **Aspectos claves de la revisión de la literatura**

Derivado de la revisión de la literatura concerniente a los modelos no lineales, se estima un modelo autorregresivo no lineal con transición suave (STAR, por sus siglas en inglés), propuesto por Chang y Tong (1986) e implementado por Teräsvirta (1994 y 2004). Este tipo de modelos tienen la capacidad de guiar la elección del investigador hacia el tipo de modelo, lineal o no lineal, que ajuste de manera correcta el comportamiento de los datos. Además, cuenta con contrastes estadísticos específicos para la validación de la ecuación de regresión estimada, lo que garantiza que ésta sea la adecuada para realizar ejercicios de predicción (Teräsvirta, 1994 y 2004; Eitrheim & Teräsvirta, 1996).

#### **Justificación y contribución del estudio**

Desde la perspectiva del ciclo económico clásico, se establece que el comportamiento cíclico no sigue un comportamiento simétrico, ya que las recesiones económicas pueden ser identificadas como procesos de duración más breves y

severas, en comparación con las etapas de expansión que suelen ser aún más duraderas y cuyo desarrollo es paulatino (Sorensen & Whitta-Jacobsen, 2009).

En consecuencia, la asimetría de las fases cíclicas comenzó a analizarse a partir de 1980, bajo el supuesto de que existe una relación causal no lineal entre las variables (Neftçi, 1984; Hamilton, 1989; Li, 2007; Mourelle, 2010). En este sentido, la estimación de modelos de regresión no lineal, que parten de la contrastación de una hipótesis estadística lineal inicial que determina la relación real de los datos, se ha considerado como una herramienta de análisis más sofisticada, en comparación con la regresión lineal del método Box-Jenkins, toda vez que con dicho procedimiento no es posible captar el comportamiento asimétrico de las fases cíclicas (Mitchell, 1923; Tong, 1990; Teräsvirta & Anderson, 1992; Teräsvirta, 1994 y 2004; Martínez & Espasa, 1998; Simpson, Osborn & Sensier, 2001; Mourelle & Cancelo, 2012; Zepeda-Mercado, 2015).

Así, la principal aportación de este trabajo de investigación es que, con base en la literatura revisada hasta el momento, el ciclo económico específico de México no ha sido analizado a partir de la técnica de análisis de datos señalada (Teräsvirta & Anderson, 1992; Granger, Teräsvirta & Anderson, 1993; Teräsvirta, 1994; Skalin & Teräsvirta, 1999; van Dijk, Teräsvirta & Franses, 2002; Mejía, Osborn & Sensier, 2003; Cancelo & Mourelle, 2005a y 2005b; Arango & Melo, 2006; Mourelle, 2010).

## Propuesta metodológica

Los pasos del procedimiento de modelación STAR son: (1) especificación del modelo, (2) estimación del modelo STAR y (3) validación del modelo STAR. Como punto de partida de la etapa (1), se lleva a cabo el contraste de hipótesis estadísticas que establece como hipótesis nula  $H_0$ : existe una relación lineal entre la variable dependiente y sus rezagos, y como hipótesis alternativa  $H_1$ : existe una relación no lineal entre la variable dependiente y sus rezagos. Si la hipótesis nula ( $H_0$ ) es rechazada, debe estimarse un modelo no lineal STAR; de forma contraria, si la hipótesis nula ( $H_0$ ) es no rechazada, se debe estimar un modelo lineal considerando la metodología Box-Jenkins (Teräsvirta, 1994 y 2004).

El proceso de modelación STAR parte de la estimación de un modelo autorregresivo lineal de orden  $AR(p)$ , que debe cumplir con la condición de que los rezagos ( $p$ ) incluidos sean todos consecutivos ( $1 \leq p$ ) y estadísticamente significativos con  $\alpha = 0.05$ . Esto garantiza la potencia del contraste de linealidad inicial (Teräsvirta, 2004). En caso de contar con más de un modelo lineal de inicio se evalúan los estadísticos de Akaike (AIC, por sus siglas en inglés) y Schwarz (SBIC, por sus siglas en inglés), el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el coeficiente de determinación ajustada ( $R^2_{ajus}$ ) y de autocorrelación residual (Breusch & Godfrey, 1978). Para el contraste de linealidad inicial, se utiliza el método del Multiplicador de Lagrange (LM, por sus siglas en inglés), con base en la distribución ji-cuadrada, descrita en la ecuación (14.1); o bien, a partir de la distribución F, dada en la ecuación (14.2) (Teräsvirta & Anderson, 1992; Granger & Teräsvirta, 1993; Granger, Teräsvirta & Anderson, 1993; Teräsvirta, 1994; Greene, 2012).

$$\chi_{LM}^2 = \frac{T(SSR_0 - SSR_1)}{SSR_1} \quad (2.1)$$

$$F_{LM} = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/3p}{SSR_1/(T - 4p - 1)} \quad (2.2)$$

Donde  $SSR_0$ , representa la suma de los residuos al cuadrado del modelo autorregresivo AR(p), en tanto que la suma de los residuos al cuadrado de la ecuación auxiliar está representada por  $SSR_1$ . Para este caso, es posible utilizar como ecuación auxiliar la aproximación de Taylor de orden tres o cuatro, descritas en las ecuaciones (14.3) y (14.4), respectivamente (Luukkonen, Saikkonen & Teräsvirta, 1988; Escribano & Jordá, 2001)

En las ecuaciones (14.3) y (14.4),  $Y_t$

$$Y_t = \beta_0 + \beta'_1 w_t + \sum_{j=1}^p \beta_{2j} Y_{t-j} Y_{t-d} + \dots \\ \dots + \sum_{j=1}^p \beta_{3j} Y_{t-j} Y_{t-d}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{4j} Y_{t-j} Y_{t-d}^3 + v_t \quad (2.3)$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta'_1 w_t + \sum_{j=1}^p \beta_{2j} Y_{t-j} Y_{t-d} + \dots \\ \dots + \sum_{j=1}^p \beta_{3j} Y_{t-j} Y_{t-d}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{4j} Y_{t-j} Y_{t-d}^3 + \sum_{j=1}^p \beta_{5j} Y_{t-j} Y_{t-d}^4 + v_t \quad (2.4)$$

representa la variable dependiente que, corresponde al PIB de México, los estimadores  $\beta_0$  y  $\beta'_1$  son los vectores solución de la estimación,  $w_t$  es el vector de los rezagos incluidos como variables explicativas y  $v_t$  es el término de error. El resultado de este contraste indicará el tipo de modelo a estimar. Como ya se mencionó antes, si la hipótesis nula ( $H_0$ ) es rechazada, entonces se procederá a estimar un modelo STAR, cuya estructura se presenta en la ecuación (14.5).

$$Y_t = \pi_{10} + \pi'_1 w_t + (\pi_{20} + \pi'_2 w_t) F(z_{t-d}; \gamma, c) + u_t \quad (2.5)$$

En la ecuación (14.5),  $Y_t$  es la variable dependiente, el producto  $\pi'_j w_t$  es igual a la sumatoria de los rezagos de la variable

dependiente multiplicados por sus coeficientes, por lo que  $\pi'_j w_t = \pi_{j1} Y_{t-1} + \dots + \pi_{jp} Y_{t-p}$  con  $\pi_j = (\pi_{j1}, \dots, \pi_{jp})'$  para  $j = 1, 2$   $F(z_{t-d}; \gamma, c)$  representa la función de transición no lineal y  $u_t$  representa el término de error. El proceso de modelación STAR incluye dos modelos alternativos para analizar el comportamiento de las series de tiempo, representados por  $z_{t-d} = Y_{t-d}$  en la función de transición no lineal  $F(z_{t-d}; \gamma, c)$  en la ecuación (14.5). Dichos modelos se eligen con base en los resultados de los contrastes de hipótesis anidadas mostrados en la tabla 14.1, y se distinguen por su función de distribución. Así, al estimar un modelo STAR, éste puede definirse como un modelo de regresión logístico (LSTAR, por sus siglas en inglés), presentado en la ecuación (14.6); o exponencial (ESTAR, por sus siglas en inglés), descrito en la ecuación (14.7). En ambos modelos se considera que los valores extremos mínimo y máximo corresponden con los extremos del intervalo (0, 1) (Teräsvirta, 1994; Lutero, 2006; Mourelle, 2010).

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = [1 + \exp(-\gamma(z_{t-d} - c))]^{-1} \quad \text{con } \gamma > 0 \quad (2.6)$$

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(z_{t-d} - c)^2] \quad \text{con } \gamma > 0 \quad (2.7)$$

$H_0: \beta_{1j} = 0$	$H_{01}: \beta_{1j} = 0 / \beta_{1j} = 0$	$H_{02}: \beta_{2j} = 0 / \beta_{3j} = \beta_{4j} = 0$	Modelo a estimar
Rechazar	---	---	LSTAR
No rechazar	Rechazar	No rechazar	ESTAR
No rechazar	No rechazar	Rechazar	LSTAR
No rechazar	Rechazar	Rechazar	LSTAR

Tabla 14.1 Reglas de decisión para la elección del tipo de modelo STAR a estimar: ESTAR, LSTAR

Fuente: elaboración propia con base en Granger, Teräsvirta y Anderson (1993) y Teräsvirta (1994).

La función  $F(z_{t-d}; \gamma, c)$  cuenta con dos parámetros que complementan el proceso para determinar el comportamiento no lineal de los datos. El primero es la pendiente de la función,  $\gamma$ , que representa la velocidad con que se lleva a cabo el cambio de una etapa de recesión a una de expansión y viceversa, y el segundo es el punto de transición,  $c$ , que determina el momento en que la variable dependiente pasa de un

extremo a otro (Teräsvirta, 1994). Una vez estimado el modelo STAR, es fundamental realizar la interpretación de la información econométrica y validar que el modelo haya sido correctamente estimado. En este sentido, para la interpretación, dado que los coeficientes de la regresión STAR estimada no son directamente interpretables (Arango & Melo, 2006), se debe dar solución al polinomio característico asociado al modelo, considerando la ecuación (14.8).

$$z^p - \sum_{j=1}^p (\hat{\pi}_{1j} + \hat{\pi}_{2j}F)z^{p-j} \quad (14.8)$$

En la ecuación (14.8),  $F = 0.1$ . Estos valores corresponden a los extremos del intervalo. Es decir, la raíz característica de cada extremo describe el comportamiento de las fluctuaciones cíclicas en su etapa de recesión y expansión. Por lo tanto, existirá una solución para el polinomio cuando exista una convergencia de los datos hacia un punto estacionario dentro del círculo unitario. En caso contrario, un comportamiento divergente, superior al círculo unitario, producirá un comportamiento caótico en la fase cíclica, por lo que un cambio en cualquiera de los elementos de la ecuación (14.5), provocará un cambio considerable en el comportamiento de la variable dependiente (Teräsvirta & Anderson, 1992).

Ahora bien, para la validación del modelo, se llevarán a cabo los contrastes estadísticos propuestos por Eitrheim y Teräsvirta (1996), para validar la presencia de autocorrelación residual, la no linealidad adicional y la constancia de los parámetros. Además, se estimarán los estadísticos de Granger y Newbold (1986) y la raíz del error cuadrado medio (RMSE, por sus siglas en inglés), descritos en las ecuaciones (14.9) y (14.10), respectivamente.

$$GN = \frac{r}{\left[ \frac{(1-r^2)}{(T-1)} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (14.9)$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(\varphi_i - \varphi_{i-obs})^2}{N}} \quad (14.10)$$

En la ecuación (14.9), cuyo contraste de hipótesis muestra una distribución t-student con  $t-1$  grados de libertad,  $r = \frac{x'z}{[(x'x)(z'z)]^{\frac{1}{2}}}$  con  $x = e_{1t} + e_{2t}$ ,  $z = e_{1t} - e_{2t}$ , donde el error de predicción  $e_{it} = \hat{y}_{it} - y_t$  con  $i = 1, 2$ ,  $\hat{y}_{it}$  es el valor proyectado por los modelos AR(p) y STAR, en tanto,  $y_t$  es el valor real observado para cada periodo pronosticado. La hipótesis nula de este contraste establece que  $H_0$ : ambos modelos poseen la misma capacidad de predicción, frente a la hipótesis alternativa  $H_1$ : el modelo STAR posee una capacidad de predicción superior. Este contraste se lleva a cabo dado que, en ocasiones, la capacidad predictiva de los modelos no lineales no siempre resulta ser superior a la obtenida a partir de especificaciones lineales (Teräsvirta & Anderson, 1992; De Gooijer & Kumar, 1992; Stock & Watson, 1999; Sarantis, 1999; Lundbergh & Teräsvirta, 2001; Skalin & Teräsvirta, 1999). En la ecuación (14.10),  $\varphi_i$  es el valor pronosticado para la celda  $i$ ,  $\varphi_{i-obs}$  es el valor real observado para la celda  $i$  y  $N$  es el número de valores analizados (Teräsvirta & Anderson, 1992). De acuerdo con el resultado obtenido para este estadístico se establece que el modelo con mayor capacidad predictiva, es aquel cuyo valor de la RMSE sea más próximo a cero.

## Resultados del estudio

### Especificación del modelo lineal

Con la estimación de dos modelos autorregresivos lineales AR (1) y AR (3), descritos en las ecuaciones (14.11) y (14.12) respectivamente, se obtuvieron los estadísticos

mostrados en la tabla 14.2, que indican que el modelo lineal de inicio es el AR (1).

$$Y_t = 0.00608 - 0.546618AR(1) + u_t \quad (14.11)$$

(0.0006)      (0.0001)

$$Y_t = 0.0059 - 0.4840AR(1) - 0.2074AR(2) - 0.5163AR(3) + u_t \quad (3.2)$$

(0.0001)   (0.0001)      (0.0145)      (0.0001)

La tabla 14.3 muestra los resultados del contraste de linealidad inicial. De esta manera, a un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , con un  $p - valor = 0.0054 < 0.05 = \alpha$  para la prueba LM de la distribución F, y un  $p - valor = 0.0032 < 0.05 = \alpha$  correspondiente a la distribución  $\chi^2$ , se obtiene evidencia estadística suficiente para rechazar la  $H_0$ : existe una relación lineal entre la variable dependiente y sus rezagos. Por lo tanto, se estimó un modelo no lineal STAR.

	AR(1)	AR(3)
Coefficiente de determinación $R^2$ .	0.2953	0.4902
$R^2$ ajustada.	0.2901	0.4784
Criterio de Akaike	-4.0784	-4.3833
Criterio de Schwarz	-4.0354	-4.2963
Autocorrelación residual.	0.2925	19.8117
Estadístico de prueba F. (Breusch y Godfrey, 1978).	(0.5895)	(0.0001)
Heterocedasticidad condicional ARCH	2.7711	0.5887
Estadístico de prueba F.	(0.0983)	(0.6235)

Tabla 14.2 Estadísticos de selección del modelo lineal AR(p) de inicio Fuente: elaboración propia.

Estadístico de prueba $F_{LM}$ Ecuación [3.1.2]	Estadístico de prueba $\chi^2_{LM}$ Ecuación [3.1.1]
$F_{LM} = 4.405$ (0.0054)	$\chi^2_{LM} = 13.7404$ (0.0032)

Tabla 14.3 Contraste de linealidad inicial Fuente: elaboración propia.

### Estimación del modelo STAR

En la tabla 14.4, considerando un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ , se presenta el resultado del contraste de hipótesis anidadas descrito en la tabla 14.1. De acuerdo con este resultado, el modelo no lineal a estimar es de tipo ESTAR.

Contraste de hipótesis	Estadístico de prueba	Decisión
$H_{04}: \beta_{4j} = 0$ $H_{14}: \beta_{4j} \neq 0$	$F_{LM} = 0.1470$ $p - valor = 0.9314$	No rechazar $H_0$
$H_{03}: \beta_{3j} = 0/\beta_{4j} = 0$ $H_{13}: \beta_{3j} \neq 0/\beta_{4j} \neq 0$	$F_{LM} = 6.1458$ $p - valor = 0.0028$	Rechazar $H_0$
$H_{02}: \beta_{2j} = 0/\beta_{3j} = \beta_{4j} = 0$ $H_{12}: \beta_{2j} \neq 0/\beta_{3j} \neq \beta_{4j} \neq 0$	$F_{LM} = 0.51005$ $p - valor = 0.4763$	No rechazar $H_0$

Tabla 14.4 Contraste de hipótesis anidadas para la elección del modelo no lineal STAR a estimar: ESTAR, lstar Fuente: elaboración propia.

En la tabla 14.5 se presentan los resultados del contraste de linealidad inicial con base en la aproximación de Taylor de orden cuatro. A un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ , con un  $p - valor = 0.011 < 0.05 = \alpha$ , se rechaza la hipótesis nula de un comportamiento lineal de los datos  $H_0^*: \beta_{2j} = \beta_{3j} = \beta_{4j} = \beta_{5j} = 0$  y dado que el p-valor de la distribución  $F_L < F_E$ , se obtiene evidencia estadística suficiente para estimar un modelo no lineal de tipo ESTAR.

Contraste de hipótesis	Estadístico de prueba	Decisión
$H_{0L}: \beta_{3j} = \beta_{5j} = 0$ $H_{1L}: \beta_{3j} \neq \beta_{5j} \neq 0$	$F_L = 3.4021$ $p - valor = 0.0110$	Rechazar $H_0$
$H_{0E}: \beta_{2j} = \beta_{4j} = 0$ $H_{1E}: \beta_{2j} \neq \beta_{4j} \neq 0$	$F_E = 0.0281$ $p - valor = 0.9984$	No rechazar $H_0$

Tabla 14.5 Contraste de hipótesis para la elección del modelo no lineal STAR a estimar: ESTAR, LSTAR Fuente: elaboración propia.

La ecuación (14.13) muestra los valores estimados de los parámetros de la distribución exponencial, a partir de NLS.

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = 1 - \exp[-(0.9528/0.00136) * (Y_{t-1} + 0.0983)^2] \quad (14.13)$$

De acuerdo con la ecuación (14.13), a pesar de que los resultados mostrados en las tablas 14.4 y 14.5 indican la estimación de un modelo ESTAR, el valor correspondiente al punto de transición de la distribución,  $\hat{c} = -0.0983$ , hace que la mayoría de las observaciones estén por encima de este punto, lo que provoca que el modelo se comporte como uno de tipo LSTAR. Además, el valor de la pendiente  $\hat{\gamma} = (0.9528/0.00136)$  muestra una rápida transición de un régimen de recesión a uno de expansión, por lo

tanto, el comportamiento de los datos se asemeja al descrito por los modelos TAR con cambio abrupto. La estimación del valor de la pendiente y del punto de transición de la variable muestran la capacidad del procedimiento STAR para guiar al investigador en la elección del modelo adecuado a estimar.

En la ecuación (14.14), se presenta el modelo ESTAR completo para la tasa de crecimiento trimestral del PIB de México 1980.1-2014.1. En comparación con el modelo lineal  $AR(1)$  cuyo  $R^2 = 0.2953$ , la capacidad explicativa del modelo ESTAR es superior, de acuerdo con su coeficiente de determinación,  $R^2 = 0.3628$ .

$$Y_{t-1} = 0.2995 + 3.3670Y_{t-1} + [-0.2924 + (-3.870Y_{t-1} * F(z_{t-d}; \gamma, c))] \quad (14.14)$$

(0.0053) (0.0087) (0.0074) (0.0018)

La solución del polinomio característico para el régimen superior  $F = 1$  es  $z = -0.5037$  con un módulo  $r = 0.5037$ . En este sentido, se observa que el ciclo económico de México convergerá hacia un estado estacionario equivalente al módulo observado. Es decir, bajo las condiciones establecidas en el modelo, en el largo plazo el punto máximo que puede alcanzar la tasa de crecimiento del PIB de México es de 50.37 por ciento. Por otra parte, la solución para el régimen inferior  $F = 0$ , es  $z = 3.36$  con un módulo  $r = 3.36$ . En este caso, la raíz explosiva indica que la tasa de crecimiento del PIB de México pasa de forma rápida de una fase de recesión a una de expansión. De acuerdo con Keynes (1936), la dinámica de las recesiones es más violenta que la de las expansiones, lo que ocasiona la asimetría de las fases del ciclo económico de México.

### Validación del modelo no lineal ESTAR

En la tabla 14.6 se muestran los resultados de los contrastes de validación aplicados a los residuos del modelo  $AR(1)$  y ESTAR. El ratio de las varianzas  $s^2/s_L^2 = 0.80 < 0.9$  indica que la estimación ESTAR no constituye una estimación espuria (Teräsvirta & Anderson, 1992). Por lo tanto, la estimación de un modelo no lineal es necesaria para analizar el comportamiento del nivel de producción en los periodos en que una recesión se deriva de factores internos. La presencia de sesgo negativo y el exceso de kurtosis se atribuye a los residuos correspondientes a la crisis económica del trimestre 2009.1, cuyas causas son de origen externo.

Al evaluar el p-valor del contraste de heterocedasticidad condicional (ARCH), a un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ , la  $H_0$ : existe homocedasticidad es no rechazada para ambos modelos. Sin embargo, de acuerdo con el valor de los coeficientes de determinación, en la estimación ESTAR se minimiza la suma cuadrática de los residuos del modelo. Con un  $p - valor = 0.0470 > 0.01 = \alpha$  del estadístico de normalidad Jarque-Bera, para el modelo ESTAR, la  $H_0$ : los residuos se comportan de manera normal, es no rechazada. El caso contrario se presenta en el modelo  $AR(1)$ , en el que con un  $p - valor = 0.0013 < 0.01 = \alpha$ , la  $H_0$  es rechazada. Para la validación del modelo ESTAR, a partir de los contrastes de autocorrelación residual ( $p - valor = 0.9857 > 0.05 = \alpha$ ), de no linealidad adicional ( $p - valor = 0.5712 > 0.05 = \alpha$ ) y de constancia de los parámetros ( $p - valor = 0.8965 > 0.05 = \alpha$ ), a un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , se obtuvo evidencia estadística suficiente para concluir que el modelo estimado

describe el comportamiento no lineal de los datos.

Estadístico	Modelo ESTAR	Modelo AR(1)
Media	-4.90E-17	-4.91E-11
Varianza	0.00084	0.00096
Sesgo	-0.5202	-0.7403
Kurtosis	2.9343	3.4066
Exceso de kurtosis	-0.0657	0.4066
Suma cuadrática de los residuos	0.117501	0.12994
Coefficiente de determinación	0.362851	0.295398
ARCH	0.4631 (0.4973)*	2.7711 (0.0983)*
Jarque-Bera	6.113168 (0.05)**	13.2631 (0.001)**
Ratio de varianzas	0.80	---
Autocorrelación residual	0.1281 (0.9857)*	---
No linealidad adicional	0.6712 (0.5712)*	---
Constancia en los parámetros	0.1994 (0.8965)*	---
Observaciones	135	135

\* $\alpha = 0.05$ , \*\* $\alpha = 0.01$

Tabla 14.6 Validación del modelo ESTAR y AR (1)

Fuente: elaboración propia.

En la tabla (14.7) se muestran los resultados correspondientes a los estadísticos GN y RMSE. Las estimaciones consideran las observaciones de la serie del PIB 2014.2-2015.4. A un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ , se obtuvo evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula del estadístico GN. Por lo tanto, se concluye que el modelo no lineal posee una capacidad predictiva superior, en comparación con la estimación lineal. La RMSE del modelo no lineal confirma este resultado dado que su valor (0.01) es más próximo a cero, en comparación con la RMSE del modelo autorregresivo lineal (0.003).

GN	4.61 (0.001)
RMSE	$RMSE_{AR(1)} = 0.03$ $RMSE_{ESTAR} = 0.01$

Tabla 14.7 Evaluación de la capacidad predictiva del modelo ESTAR vs AR(1).

Fuente: elaboración propia.

## Conclusiones

En este trabajo se estima un modelo no lineal de tipo ESTAR, que describe el comportamiento asimétrico de las fases del ciclo

económico de México. Se concluye que a partir de una relación no lineal entre la variable dependiente y sus rezagos, se puede estimar un modelo con una capacidad explicativa y de predicción superior en comparación con un modelo lineal AR (1). Las estimaciones muestran que el comportamiento de los datos podría caracterizarse por una función de transición de tipo logístico, o bien, a partir de la estimación de un modelo TAR. Lo anterior, favorece la capacidad propia del procedimiento de modelación STAR, para guiar la elección del investigador hacia el tipo de modelo que ajuste de manera adecuada el comportamiento de los datos.

La principal aportación de esta investigación es la asimetría encontrada entre la dinámica local de las fases de expansión y la recesión del ciclo económico de México 1980.1-2014.1, de acuerdo con la solución del polinomio característico del modelo no lineal estimado. Se concluye que la tasa de crecimiento del PIB puede pasar de una fase de recesión a una de expansión de forma acelerada; sin embargo, no se encontró evidencia de un cambio abrupto inverso. Por lo tanto, una disminución acelerada de la tasa de crecimiento del PIB de México, sólo será atribuible a un *shock* negativo de gran magnitud. La principal limitación de este estudio radica en que únicamente se estima un modelo no lineal ESTAR, por lo tanto, tal y como lo sugiere la propia naturaleza de los datos, se recomienda estimar un modelo TAR o EAR, que sirva como una herramienta de predicción de las asimetrías cíclicas, superior a la obtenida a partir del modelo ESTAR. Finalmente, otra línea de investigación propuesta corresponde a la estimación de un modelo STAR, con base en la serie desestacionalizada del PIB de México, para

realizar comparaciones con los resultados obtenidos en esta investigación.

## Referencias

Arango, L., & Melo, L. (2006). 'Expansions and Contractions in some Latin American countries: a view through non-linear models'. Banco de la República de Colombia [en línea] consultado el 13 enero de 2015. Recuperado de [https://www.researchgate.net/profile/Luis\\_Arango2/publication/4831911\\_Expansions\\_and\\_contractions\\_in\\_Brazil\\_Colombia\\_and\\_Mexico\\_a\\_view\\_through\\_non\\_linear\\_models/links/02e7e52176c2285056000000.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Luis_Arango2/publication/4831911_Expansions_and_contractions_in_Brazil_Colombia_and_Mexico_a_view_through_non_linear_models/links/02e7e52176c2285056000000.pdf).

Bacon, D. W., & Watts, D. (1971). Estimating the transition between two intersecting straight lines. *Biométrica*, 53, 525-534.

Banco de México (2015). Serie trimestral del Producto Interno Bruto de México 2008. *Estadísticas* [en línea] consultado el 23 enero de 2016. Recuperado de <http://www.banxico.org.mx/SielInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CR142&sector=2&locale=es>.

Breusch, T., & Godfrey, L. (1978). Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models. *Australian Economic Papers*, 17, 334-355.

Cancelo, J., & Mourelle, E. (2005a). Modeling cycle asymmetries in GDP; international evidence. *Atlantic Economic Journal*, 33, 297-309.

Cancelo, J. y Mourelle, E. (2005b). "Modeling cycle asymmetries in European imports". *International Advances in Economic Research*, 11, 135-147.

Chang, W., & Tong, H. (1986). On tests for non-linearity in time series analysis. *Journal of Forecasting*, 5, 217-228.

De Gooijer, J., & Kumar, K. (1992). "Some recent developments in non-linear time series modelling, testing and forecasting". *International Journal of Forecasting*, 8, 135-156.

Eitrheim, O., & Teräsvirta, T. (1996). Testing the adequacy of smooth transition autorregresive models. *Journal of Econometrics*, 74, 59-75.

Escribano, A., & Jordá, O. (2001). *Testing nonlinearity: Decision rules for selecting between logistic and exponencial STAR models*. Departamento de Economía, Universidad Carlos III de Madrid [en línea] consultado el 15 diciembre de 2014. Recuperado de <http://ideas.repec.org/a/spr/specre/v3y2001i3p193-209.html>.

Franses, P., & van Dijk, D. (2000). *Non Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press.

Goldfeld, S., & Quandt, R. (1972). *Nonlinear Methods in Econometrics*. Amsterdam.

Granger, C., & Newbold, P. (1986). *Forecasting Economic Time Series*. Academic Press.

Granger, C., & Teräsvirta, T. (1993). *Modeling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford: Oxford University Press.

Granger, C., Teräsvirta, T., & Anderson, H. (1993). *Modeling Nonlinearity over Business Cycle*. University of Chicago Press.

Greene, W. (2012). *Econometric Analysis*. Estados Unidos: Pearson Educación.

Hamilton, J. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time

- series and the business cycle. *Económica*, 57, 357-384.
- Keynes, J. M. (1936). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Fondo de Cultura Económica.
- Li, Y. (2007). Testing the unit root hypothesis in Smooth Transition Autoregressive (STAR) models. Department of Economics and Society, Dalarna University [en línea] consultado el 3 abril de 2014. Recuperado de <http://www.statistics.du.se/essays/D07A.Li.Y.pdf>.
- Lundbergh, S., & Teräsvirta, T. (2001). *Forecasting with smooth transition autorregresive models*. Oxford.
- Lutero, G. (2006). STAR Models: a Nonlinear Characterization of Heterogeneous Industrial Production Cycle. *Dipartimento di scienze Economiche* [en línea] consultado el 22 noviembre de 2014. Recuperado de <http://phdschool-economics.dse.uniroma1.it/Economia/Publications/papers/paperLutero.pdf>.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P., & Teräsvirta, T. (1988). Testing Linearity Against Smooth Transition Autorregresive Models. *Biométrica*, 75, 491-499.
- Maddala, G. S. (1977). *Econometrics*. Nueva York: McGraw Hill.
- Martínez, J. M., & Espasa, A. (1998). Caracterización del PIB español a partir de modelos univariantes no lineales. *Revista Española de Economía*, 15, 325-354.
- Mejía, P., Osborn, D., & Sensier, M. (2003). Modelling real exchange rate effects on growth in Latin America. *Discussion Paper Series* [en línea] consultado el 9 marzo de 2015. Recuperado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00036840701858117>.
- Mitchell, W. (1923). Business cycles. Business Cycles and Unemployment. *National Bureau of Economic Research*, 5-18.
- Mourelle, E. (2010). *Las Importaciones y el ciclo económico en España. Un enfoque no lineal basado en modelos de transición suave*. España: Consejo Económico y Social de España.
- Mourelle, E., & Cancelo, J. (2012). Importaciones, ciclo económico y competitividad una aproximación no lineal. *Economía Industrial*, 383, 167-178.
- Neftçi, S. (1984). Are economic time series asymmetric over the business cycle?. *Journal of Political Economy*, 92, 307-328.
- Sarantis, N. (1999). "Modeling non-linearities in real effective exchange rates". *Journal of International Money and Finance*, 18, 27-45.
- Simpson, P., Osborn, D., & Sensier, M. (2001). Modelling business cycle movements in UK economy. *Económica*, 68, 243-267.
- Skalin, J., & Teräsvirta, T. (1999). Another look at Swedish Business Cycle 1861-1998. *Journal of Applied Econometrics*, 14, 359-378.
- Sorensen, P., & Whitta-Jacobsen, H. J. (2009). *Introducción a la macroeconomía avanzada: ciclos económicos*. vol. 2. México: McGraw Hill.
- Stock, J., & Watson, M. (1999). *A comparison of linear and no linear univariate models for forecasting macroeconomic time series*. Oxford: Oxford University Press.
- Teräsvirta, T. (1994). Specification, estimation and evaluation of smooth transition

ISSN: 2594-1674

- autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89, 208-218.
- Teräsvirta, T. (1998). Modeling economic relationship with smooth transition regressions. Ullah, A. y Giles, D. (eds.). *Handbook of Applied Economic Statistics*.
- Teräsvirta, T. (2004). Smooth Transition Regression Modeling. *Applied Time Series Econometrics*, 222-288.
- Teräsvirta, T., & Anderson, H. (1992). Characterizing nonlinearities in business cycles using smooth transition autoregressive models. *Journal of Applied Econometrics*, 7, 119-136.
- Tong, H. (1990). *Nonlinear Time Series: a Dynamical System Approach*. Oxford: Clarendon Press Oxford.
- van Dijk, D., Teräsvirta, T., & Franses, P. (2002). Smooth transition autoregressive models a survey of recent developments. *Econometric Reviews*, 21, 1-45.
- Zepeda-Mercado, G. (2015). Sincronización cíclica del sector manufacturero de México y Estados Unidos desde una perspectiva no lineal autorregresiva con transición suave. *Revista Facultad de Ciencias Económicas*, (23), 163-178